МКЭ // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4(4). – С. 1480–1482.

М. И. Кузнецов, А. А. Шмелев

Нижегородский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского,
kuznets-1349@yandex.ru, Shmelev-aa@list.ru

АЛГЕБРЫ $V7$ И $V8$

Компьютерная классификация простых алгебр Ли над $\mathbb{F}_2$ размерности меньше 10, проведенная Воэн-Ли [1], содержит 7-мерную алгебру Ли $V7$ и 8-мерную алгебру Ли $V8$, представленные как 7×7- и 8×8-матрицы, соответственно. Позднее Эйк [2], применяя новый компьютерный тест на изоморфизм алгебр Ли, показала, что $V7$ изоморфна неальтернированной гамильтоновой алгебре Ли $P(2:1,2)$ [3].

Авторы исследовали деформации полупростой алгебры Ли $\mathfrak{g} = W(1\,:\,2)' \otimes \mathcal{O} + < 1 \otimes d >$ над алгебраически замкнутым полем характеристики два. Здесь $W(1:2)'$ – алгебра Цассенхауза, $\mathcal{O} = F[x]/(x^2)$, $d = d/dx$. Установлено, что $\dim H^2(\mathfrak{g},\, \mathfrak{g}) = 8$ и $V7$ вляется единственной простой алгеброй Ли, которую можно получить деформацией алгебры Ли $\mathfrak{g}$. Кроме того, $V7$ содержит максимальные подалгебры, такие, что соответствующие фильтрации $V7$ имеют ассоциированные градуированные алгебры Ли, изоморфные $\mathfrak{g}$ с невырожденной и вырожденной градуировками в смысле Вейсфейлера.

Первый автор показал, что алгебра Ли $P(2\,:\,1,n)$ естественно возникает в классификации простых алгебр Ли с разрешимой максимальной подалгеброй над алгебраически замкнутым полем F характеристики p.

Теорема. *Пусть* $L = L_{-1} + L_0 + \ldots + L_r$ *простая алгебра Ли с разрешимой подалгеброй* L_0 *над алгебриачески замкнутым полем характеристики* p, $L_0^{(s)} \neq 0$, $L_0^{(s+1)} = 0$. *Если* $L_0^{(s)}$ *нецентральный идеал* L_0, *то* $p = 2$ *и* $L \cong P(2:1,n)$, $n > 1$.

Алгебра $P(2 : 1, n)$ может быть представлена как $\mathbb{Z}_2$-градуированная алгебра Ли $L = L_{\bar{0}} + L_{\bar{1}}$, где $L_{\bar{0}} = W(1:n)'$, $L_{\bar{1}} = \mathcal{O}(1 : n)$ – алгебра разделенных степеней. Присоединенное действие $L_{\bar{0}}$ на $L_{\bar{1}}$ является стандартным действием $W(1 : n)'$ на $\mathcal{O}(1 : n)$, и для $f,\ g \in L_{\bar{1}}$ $[f,\ g] = [f\partial,\ g\partial]$ в $W(1:n)' = L_{\bar{0}}$.

Авторы показали, что $V8$ является нерасщепляемой формой A_{2II} классической простой алгеры Ли типа A_2, расщепляемой над $\mathbb{F}_4$. Этот факт может быть получен из следующей теоремы:

Теорема. *Пусть* L – *простая* p-*алгебра Ли над алгебраически замкнутым полем характеристики* 2. *Если* L *содержит двумерную подалгебру Картана с двумерными корневыми пространствами, то* L *является классической алгеброй Ли типа* A_2.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства образования и науки РФ (грант 1.1907.2011).

ЛИТЕРАТУРА

1. Vaughan-Lee M. *Simple Lie algebras of low dimension over* $GF(2)$ // London Math. Soc. J. Comput. Math. – 2006. – V. 9. – P. 174–192.

2. Eik B. *Some new simple Lie algebras in characteristic 2* // J. Symb. Comput. – 2010. – V. 45(9). – P. 943–951.

3. Lin L. *Non-alternating Hamiltonian algebra* $P(n, \mathbf{m})$ *of characteristic two* // Commun. Algebra. – 1993. – V. 21(2). – P. 399–411.

А. В. Кулешов

Балтийский федеральный университет им. И. Канта,
arturkuleshov@yandex.ru

ВНУТРЕННЕЕ ОСНАЩЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СЕМЕЙСТВ ГИПЕРПЛОСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В многомерном проективном пространстве рассматривается семейство гиперплоских элементов с огибающей поверхностью центров. Ставится задача построения инвариантного оснащения, внутренним образом присоединенного к такому семейству. Проблема решается в частном случае, характеризующемся некоторым условием на размерность слоев семейства. Решение основано на методе подвижного репера и исчислении внешних дифференциальных форм Э. Картана.

Пусть P_N — N-мерное проективное пространство ($N \leqslant 4$). Гиперплоским элементом в пространстве P_N называется пара $L^*_{N-1} = (L_{N-1}, A)$, где L_{N-1} — гиперплоскость (называемая плоскостью элемента L^*_{N-1}), A — точка, лежащая в L_{N-1} (называемая центром L^*_{N-1}).

Определение 1. *Семейством $B_{p,q}$ будем называть гладкое $(p+q)$-мерное семейство гиперплоских элементов, удовлетворяющее следующим условиям:*

1) *центры всех элементов семейства образуют гладкую p-мерную поверхность S_p ($p < N-2$);*